

文章编号 1004-924X(2009)03-0519-06

像差修正拼接法测量非球面精度的评定

乔玉晶, 吕宁

(哈尔滨理工大学 机械动力工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 针对用子孔径干涉像差修正拼接法测量非球面的拼接精度问题, 提出了一种基于 t 分布统计的拼接精度分析评定方法。根据测量原理及拼接模型特点, 利用残差分析对模型进行回归诊断, 使用因变量预测算法和 t 分布统计模型对拼接精度进行估计与分析。实验结果显示: 按 t 分布评定拼接结果的扩展不确定度为 $0.362\ 3\lambda(0.229\ \mu\text{m})$, 而常规的系统误差检验方法评定拼接结果的扩展不确定度为 $0.234\ \mu\text{m}$, 两种方法结果基本一致, 表明基于 t 分布统计的方法在保证评定结果准确度的前提下, 克服了比较分析法的不确定性, 解决了正态分布统计法中置信系数 k 不能反映子样标准差可靠性对置信概率的影响问题。

关键词: 拼接测量; 拼接精度; 精度评定; t 分布; 像差修正

中图分类号: TH744.3; TQ171.65 **文献标识码:** A

Precision estimation of aspheric surface by stitching interferometry based on correcting aberration

QIAO Yu-jing, LÜ Ning

(Harbin University of Science and Technology, School of Mechanical and Power Engineering, Harbin 150080, China)

Abstract: A method for analyzing and evaluating stitching precision based on t distribution statistic was presented aiming at the problem of stitching precision of aspheric surface analyzed by sub-aperture interferometry based on correcting aberration. The residual error was used to implement the regression diagnosis according to the principle of stitching measurement and the feature of stitching model. Then, based on t distribution statistic, the forecast dependent variable in the regression analysis was used to assess and analyze the stitching precision. The uncertainty in experiment result was analyzed, analyzed result indicates that the expansion uncertainty based on t distribution statistic is $0.362\ 3\lambda(0.229\ \mu\text{m})$, and the expansion uncertainty by the conventional precision evaluating method is $0.234\ \mu\text{m}$. The results of the two precision evaluating methods are identical basically, which shows the new precision evaluating algorithm overcomes the uncertainty of comparative analyzing method on the premise of ensuring the precision, and also solves the problem that the confident coefficient according to normal distribution can not reflect the effect of sample root-mean-square reliability on the fiducial probability.

收稿日期: 2008-03-17; 修订日期: 2008-05-28.

基金项目: 哈尔滨市青年科学研究基金资助项目(No. 2004AFQXJ050); 黑龙江省教育厅资助项目(No. 10051059)

Key words: stitching measurement; stitching precision; precision evaluation; t distribution; aberration correction

1 引言

子孔径拼接干涉测量是采用精度较高的小型相移干涉仪作为基本测量仪器,利用机械装置驱动干涉仪或被测光学元件,使干涉仪的光轴垂直于被测光学元件的表面,然后利用传统的干涉测量手段测出被测光学元件一部分的表面信息,即一个子孔径,依次测量并利用拼接算法与图像拼接等手段将这些子孔径拼接在一起,从而得到整个光学元件的表面信息^[1]。由于该测量方法扩展了干涉测量法的测量范围,在理论上能够测量大口径及深度非球面^[2-4],因此越来越多的机构与学者开始深入探讨该测量方法。2003年,美国 QED 技术公司研制成功了 SSI 自动拼接干涉仪^[5],该测量仪能够测量口径达 200 mm 的平面、球面和适度偏离量的非球面,说明该测量方法开始进入了实用阶段。拼接精度是该测量方法主要关心的问题,由于拼接测量在拼接过程中需要大量的采样数据,涉及到各种随机误差与系统误差,因此拼接精度的评定与分析成为该测量方法需要解决的问题之一。

目前对子孔径拼接干涉测量拼接精度的评定所采用的方法主要有两种,分别是“比较分析法”^[6-7]和“统计分布法”^[8]。常用的比较法具有数学模型简单、直观的优点,但它需要一个物理假设,也就是必须给出一个参考真值进行比较,而且对整个系统精度的综合影响因素也需要进行假设,这必然导致分析的不确定性。另一种评定方法统计分布法则按正态分布确定置信系数 k ,但 k 值与置信概率有固定关系,不能反映子样标准差的可靠性对置信概率的影响。基于上述原因,本文通过推导提出采用 t 分布来评定系统的拼接精度,并利用实验的方法分析了像差修正拼接测量法的系统拼接精度。

2 非球面系统像差修正拼接测量原理

2.1 像差修正拼接测量模型

用干涉仪对非球面测量时,干涉仪的理想位

置是使出射波面法线与被测区域法线重合,即使干涉仪出射的参考球面波前的曲率中心与所测区域的顶点曲率中心重合。实际检测中,不可避免地存在机构的偏置误差,其表现形式分析如下。

图 1 是子孔径拼接方法示意图,经过旋转平移定位后,被测光学表面相对于干涉仪有 7 个自由度,分别是沿 X 、 Y 、 Z 坐标轴的平动 D_x 、 D_y 、 D_z ,绕 X 、 Y 、 Z 坐标轴的转动 θ_x 、 θ_y 、 θ_z ,以及非球面光轴与干涉仪光轴的夹角 α 。

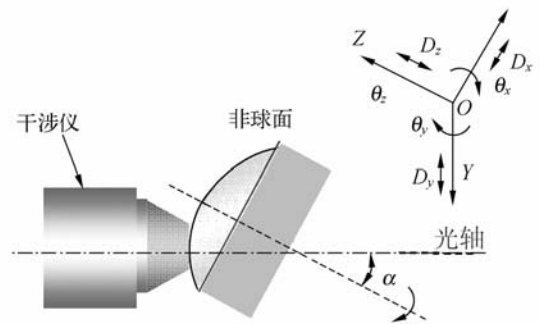


图 1 子孔径拼接机构示意图

Fig. 1 Set up of sub-aperture stitching interferometry

通过推导,找出偏置误差与几个误差分量之间的函数关系,得到偏置误差模型的数学表达式为:

$$w_c(x, y) = -2D_z + 2(cD_x - \theta_y)x + 2(cD_y + \theta_x)y + c^2D_z(x^2 + y^2) + Kc^3D_x x(x^2 + y^2) + Kc^3D_y y(x^2 + y^2) + \frac{(4K+1)D_z c^4(x^2 + y^2)^2}{4}, \quad (1)$$

式中 K 是非球面的面型系数,从上式可知,由于存在面型系数,子孔径干涉测量非球面偏置误差表现形式与 Seidle 像差形式相对应,并据此可推导拼接测量非球面误差修正模型。

以两个孔径拼接为例来说明拼接过程,如图 2 所示,坐标原点分别位于各子孔径的几何中心。考虑两孔径 A_1 、 A_2 的公共部分 A_c ,当利用干涉仪测量 A_1 和 A_2 ,理想情况下重叠区 A_c 两次测量结果应该一致。但由于干涉测量中,测量机构对每个子孔径误差作用是不同的,则重叠区两次测量结果也不同。

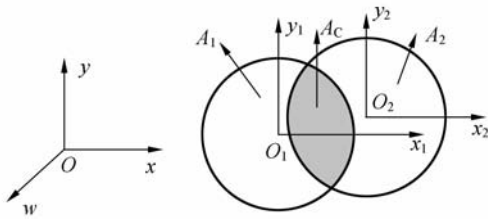


图2 子孔径拼接示意图

Fig. 2 Sketch of sub-apertures stitching

由于测量机构偏置误差的作用表现形式恰好可以与三阶 Seidle 像差对应起来,因此,考虑采用修正三阶系统像差的方法来拟合两孔径重叠区两次的测量值。本文采用齐次坐标下的两两拼接,即两孔径重叠区的某次测量值认为是真值,用另一个测量值去拟合真值,这样,不需要将子孔径坐标转换成系统坐标,只需两孔径间的坐标变换即可。若两孔径重叠区在子孔径 1 的测量值设为参考真值,子孔径 2 为引入了拼接误差的测量值,以子孔径 2 的坐标作为基准,通过坐标变换,根据以上分析,两孔径重叠区的两次测量相位值应有如下关系:

$$\omega_1 = \omega_2 + \Delta\omega(x_2, y_2) = \omega_2 + \sum_m k_m S(x_2, y_2), \quad (2)$$

等式的第二项是由于偏置误差而引入波前的系统误差,该误差可用三阶 Seidle 像差的形式表示,并用多项式表示为:

$$\begin{aligned} \sum_m k_m S(x_2, y_2) = & k_0 + k_1 x_2 + k_2 y_2 + k_3 (x_2^2 + y_2^2) + \\ & k_4 x_2 y_2 + k_5 (x_2^2 - y_2^2) + \\ & k_6 x_2 (x_2^2 + y_2^2) + k_7 y_2 (x_2^2 + y_2^2) + \\ & k_8 (x_2^2 + y_2^2)^2, \end{aligned} \quad (3)$$

系数 $k_m, m=0, 1, 2, \dots, 8$, 既是多项式的系数,又是拼接系数,其中, k_0 表示常数,代表旁瓣误差系数, k_1, k_2 代表两径向倾斜系数、 k_3 代表离焦系数、 k_4, k_5 代表两径向像散系数、 k_6, k_7 代表两径向彗差系数、 k_8 代表三阶纵向球差系数。

2.2 拼接系数的求解

若实现拼接则需首先求取式(2)中的拼接系数。为求出式(2)中的系数,采用求解多元线性回归方程的方法求取^[9]。

令 $y = \omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega(x_2, y_2), x_2 = X_1, y_2 = X_2, x_2 y_2 = X_3, x_2^2 - y_2^2 = X_4, \dots, (x_2^2 + y_2^2)^2 = X_8$, 式(2)可表示为:

$$y = k_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 + k_3 X_3 + k_4 X_4 + \dots + k_m X_m, \quad (4)$$

式中, k_1, k_2, \dots, k_m 是待估计的拼接参数。虽然理论上在重叠区取 8 个点就可求出拼接系数,但为了有较高的计算精度,在重叠区应根据计算时间取尽量多的采样点,那么多元线性回归模型(4)可写成矩阵形式:

$$Y = Xk + \varepsilon,$$

在求出拼接系数 k_m 的最小二乘估计值 \hat{k}_m 后,得到两孔径修正的误差估计值:

$$\begin{aligned} \hat{y} = \Delta\hat{\omega}(x_2, y_2) = & \hat{k}_0 + \hat{k}_1 x_2 + \hat{k}_2 y_2 + \hat{k}_3 (x_2^2 + y_2^2) + \\ & \hat{k}_4 (x_2^2 - y_2^2) + \hat{k}_5 x_2 y_2 + \hat{k}_6 x_2 (x_2^2 + y_2^2) + \\ & \hat{k}_7 y_2 (x_2^2 + y_2^2) + \hat{k}_8 (x_2^2 + y_2^2)^2, \end{aligned} \quad (5)$$

于是,重叠区的相位值应等于:

$$\hat{\omega}_1 = \omega_2 + \hat{y}, \quad (6)$$

用该相位值取代重叠区在子孔径 1 处测量的相位值,再利用计算机程序进行两孔径的拼接即可实现孔径间的拼接。

3 系统拼接精度的评定

利用求解多元线性回归方程的方法求拼接系数,其核心是利用最小二乘法来拟合重叠区两次测量的结果,考察本文所建立拼接测量模型的优劣则可通过残差分布情况与残差平方和来说明,即采用回归诊断的方法来判断所建立的拼接测量模型是否准确。因为所有“拟合不足”的样本信息都包含残差向量,式(5)中 \hat{y} 也即为线性回归方程(4)中的拟合值,因为实际残差结果未知,在实际数据处理中,常用残差估计来代替实际残差,残差估计值等于:

$$\hat{\varepsilon} = y - \hat{y}, \quad (7)$$

重叠区经测量与拼接计算后得到的回归相位值:

$$\hat{\omega}_{1i} = \omega_{2i} + \hat{y}_i, \quad (8)$$

其中,下标 i 表示第 i 个采样点,而对拼接精度的预测就看回归相位值与测量相位值之间的差值,在一定的显著性水平 α 下,以概率 $1-\alpha$ 落在区间 δ_i 内,即:

$$P\{|\hat{\omega}_{1i} - \omega_{1i}| \leq \delta_i\} = 1 - \alpha, \quad (9)$$

由于 $\hat{\omega}_{1i} - \omega_{1i} = (\omega_{2i} + \hat{y}_i) - \omega_{1i}$, 则 $\hat{\omega}_{1i} - \omega_{1i} = \hat{y}_i - y_i$, 于是本文所建立的拼接测量模型就

可以采用回归分析的方法对拼接结果进行精度预测。

所谓预测,就是对给定的回归自变量的值,预测对应的回归因变量可能取的值,这是回归分析最重要的应用之一。因为在线性回归模型中,回归自变量往往代表一组试验条件,所以对因变量的预测显得十分重要。该预测值即体现了各种误差量对测量精度的影响,也体现了本文所建立拼接测量模型的准确性。

对于文中所建立的线性回归模型,即拼接测量模型式(2)及(6),对拼接精度的分析实际上要预测 $X_0 = (1, X_{01}, \dots, X_{07})'$ 所对应的因变量值 y_0 ,而事实上要预测的是区间预测,也即找一个区间,使得被预测量落在该区间的概率达到预先给定的值。

假设拼接测量模型误差服从正态分布,即假设 $e_i, i=1, 2, \dots, n$ 都具有分布 $N(0, \sigma^2)$,那么可以证明预测的偏差具有如下性质^[9]:

$$\hat{y}_0 - y_0 \sim N(0, \sigma^2 [1 + X_0'(X'X)^{-1}X_0]), \quad (10)$$

因实际 σ 未知,这里用残差平方和 RSS 来衡量 σ^2 的大小,它的大小反映了实际数据与理论模型(1)的偏离程度或者说拟合程度。残差平方和为:

$$RSS = \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{k}_0 - \hat{k}_1 X_{j1} - \dots - \hat{k}_8 X_{j8})^2 = \hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}, \quad (11)$$

可以推导出测量数据标准差的无偏估计量为:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{[\hat{e}^2]}{n-m}, \quad (12)$$

式中 $[\]$ 为高斯求和符号,该值也即为测量数据的不确定度。 $\hat{y}_0 - y_0$ 与 $\hat{\sigma}^2$ 相互独立,可推导出:

$$\frac{\hat{y}_0 - y_0}{\sigma \sqrt{1 + X_0'(X'X)^{-1}X_0}} \sim N(0, 1), \quad (13)$$

根据最小二乘估计的性质可以得到:

$$\frac{(n-m)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-m}^2, \quad (14)$$

根据 t 分布的定义得到:

$$\frac{\hat{y}_0 - y_0}{\hat{\sigma} \sqrt{1 + X_0'(X'X)^{-1}X_0}} \sim t_{n-m}, \quad (15)$$

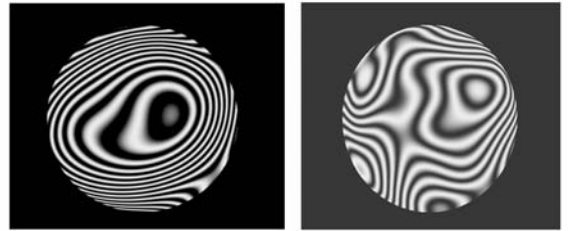
因而对给定的 α , 有:

$$P\left\{|\hat{w}_{10} - w_{10}| = |\hat{y}_0 - y_0| \leq t_{n-m} \left(\frac{\alpha}{2}\right) \hat{\sigma} \sqrt{1 + X_0'(X'X)^{-1}X_0}\right\} = 1 - \alpha, \quad (16)$$

从式(16)可知,拼接精度可以通过 t 分布来表述,其包含因子 $k = t_{n-m} \left(\frac{\alpha}{2}\right)$,通过单次拼接即可知道子孔径拼接干涉测量系统的拼接精度。

4 像差修正拼接测量实验精度分析

根据以上分析进行了初步的拼接实验,目的在于验证像差修正拼接测量法的正确性,并给出拼接精度分析的结果。拼接测量使用的中心仪器是口径为 100 mm 的 AK100 菲索干涉仪,被测非球面镜为面型系数 $K=0.01$ 的抛物面镜,调整拼接机构,获得有重叠区域的两个子孔径,经平滑处理后,得到如图 3 中(a)、(b)所示的两子孔径干涉图,子孔径口径为 33 mm。



(a) 子孔径 1 (b) 子孔径 2
(a) Sub-aperture 1 (b) Sub-aperture 2

图 3 待拼接两子孔径

Fig. 3 Two sub-apertures to be stitched

其中,子孔径 1 是测得的参考真值 w_1 ,子孔径 2 为测量值 w_2 ,用该测量值拟合参考真值以实现拼接,得到的拼接结果如图 4 所示。

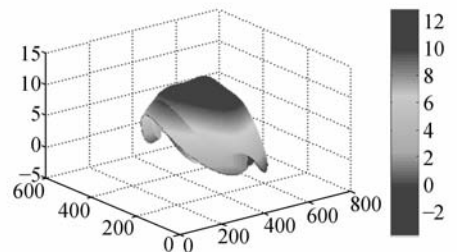


图 4 系统像差修正法拼接结果

Fig. 4 Stitching result of correcting aberration algorithm

通过前面的理论分析,根据式(12)得到测量数据标准不确定度 $\hat{\sigma} = 0.286$,其中 $\lambda = 632.8$ nm 表示光波的波长。按 t 分布评定扩展不确定度,

借助自由度可有效地反映子样标准差可靠性对置信概率的影响,从而恰当地确定包含因子 k 值,给出扩展不确定度。利用式(16)进行计算, $\alpha=0.95$,测量的精度分析示于图5,该图置信区间没有乘扩展因子。本文所取采样点很多,因此自由度可看作无穷大,此时 $k=1.96$,拼接方法的总扩展不确定度为: $U_p=0.3623\lambda$ 。

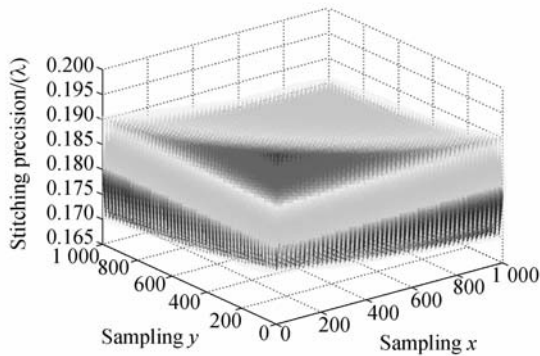


图5 系统像差修正拼接法的拼接精度

Fig. 5 Stitching precise of correcting system aberrations

为了进一步确定该评定方法的有效性,本文采用常规的系统误差的检验方法对拼接精度进行分析。该拼接测量系统各部分引入的不确定度分别是:干涉仪引入的标准不确定度、机构误差引入

的标准不确定度、机构偏置误差引入的标准不确定度。最后,取包含因子 $k=2$,则子孔径拼接测量的扩展不确定度为: $U=ku=0.234\mu\text{m}$ 。

通过以上对比分析可知,两种系统误差的检验方法所得到的不确定度的结果基本一致,这说明,本文所推导的 t 分布精度评定是有效的,而与传统理论实验分析相比则计算简单、且不需要多次测量均值作为参考真值来比较,克服了比较法分析的不确定性,进一步还可以利用该分析法确定孔径间重叠区最佳拟合面积。

5 结论

本文在阐述像差修正拼接测量法原理的基础上,推导出拼接系统精度评定的 t 分布表达式,并利用实验的方法对拼接测量的数据精度与拼接方法进行了精度分析,得到了具体的实验分析结果,其总扩展不确定度 $U_p=0.3623\lambda$ 。利用传统误差理论分析方法和实验方法相互补充所得到的系统误差的扩展不确定度 $U=0.234\mu\text{m}$,与本文所提出精度评定方法进行对比,结果基本符合,这也说明了针对测量数据直接判断的统计分布法是有效的。

参考文献:

- [1] KIM C J, WYANT J. Subaperture test of a large flat on a fast spherical surface[J]. *Opt. Soc. Am.*, 1981, 71, 15-87.
- [2] 王孝坤, 张学军, 王丽辉, 等. 环形子孔径拼接干涉检测非球面的数学模型和仿真研究[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(4): 527-533.
WANG X K, ZHANG X J, WANG L H, et al.. Mathematical model and simulation for testing aspheric surface by annular subaperture stitching interferometry[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(4): 527-533. (in Chinese)
- [3] 侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 环形子孔径拼接检测大口径非球面的规划模型及分析[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(2): 207-212.
HOU X, WU F, YANG L, et al.. Layout model and analysis of annular subaperture stitching technique for testing large aspheric mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(2): 207-212. (in Chinese)
- [4] 王孝坤, 王丽辉, 张学军. 子孔径拼接干涉法检测非球面[J]. *光学精密工程*, 2006, 15(2): 192-197.
WANG X K, WANG L H, ZHANG X J. Testing asphere by subaperture stitching interferometric method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 15(2): 192-197. (in Chinese)
- [5] MURPHY P. Stitching interferometry: a flexible solution for surface metrology [J]. *Optics and Photonics News*, 2003, 5(14): 38-43.
- [6] 程维明, 林有略, 陈明仪. 多孔径扫描波面恢复技术的精度评定及影响因素[J]. *光学学报*, 1993, 13(8): 711-716.
CHENG W M, LIN Y L, CHEN M Y. Factors having influence on the accuracy of multi-aperture overlapped-scanning technique (MAOST) and analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 1993, 13(8): 711-716. (in Chinese)
- [7] 张明意, 李新南. 子孔径拼接法检验大口径光学镜面精度分析[J]. *应用光学*, 2006, 27(5): 447-449.
ZHANG M Y, LI X N. Accuracy analysis of stitching interferometry for test of large diameter mirror [J]. *Journal of Applied Optics*, 2006, 27(5): 447-

449. (in Chinese)

- [8] 张蓉竹,杨春林,石琦凯,等. 子孔径拼接干涉检测及其精度分析[J]. 光学学报,2003,23(10): 1241-1244.
ZHANG R ZH, Y CH L, SHI Q K, *et al.*. Principle and Accuracy of the Stitching Interferometer [J]. *Acta Optica Sincica*, 2003, 23 (10): 1241-

1244. (in Chinese)

- [9] 王松桂,陈敏,陈萍. 线性统计模型——线性回归与方差分析[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
WANG S G, CHEN M, CHEN P. *Linear Statistical Models: Linear Regression and Analysis of Variance* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. (in Chinese)

作者简介:



乔玉晶(1972—),女,吉林德惠人,副教授,博士研究生,主要从事非球面测试技术方面的研究。E-mail: qiaoyujing@163.com



吕宁(1970—),男,吉林磐石人,教授,1992年于哈尔滨科技大学获学士学位,1999年于哈尔滨理工大学获硕士学位,主要从事光学精密仪器、设计图像加密解密处理分析和故障检测技术的研究。

● 下期预告

薄膜反射镜的控制方法研究

石广丰^{1,2,3},金光¹,刘春雨^{1,2},张鹏^{1,2}

- (1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033;
2. 中国科学院 研究生院,北京 100039;3. 长春理工大学,吉林 长春 130022)

针对发射系统承载空间与承载重量的限制与大口径、高分辨率反射镜使用需求之间的矛盾,开展轻质柔性薄膜反射镜地基试验研究,实现了静电拉伸式薄膜反射镜精确成形控制。首先,基于泊松方程的薄膜小变形近似求解,针对口径 300 mm 的同心环分布式电极静电拉伸聚酰亚胺镀铝薄膜反射镜,通过确定每环电极对面形的影响函数来确定分布式电极对反射镜薄膜成形的控制矩阵,进而利用最小二乘法求得分布式电极对面形精确控制所需的分布电压。并用 ANSYS 软件有限元分析进行结果对比,分析相关误差因素,总结控制方法。在薄膜中心变形量大约超过 2.5 mm 以后,基于泊松方程的理论求解和 ANSY 有限元分析结果相差很大,计算面形与理想面形偏差也很大。只有综合运用数值计算、有限元分析方法,通过确定分布式电极对面形的控制矩阵,运用最小二乘法求解分布式电压,才能准确地实现薄膜小变形面形的预知和控制。